

**Corso di Calcolo Numerico**  
**Esercitazione 1.**  
**Sulla Soluzione di Equazioni non Lineari**

Si vuole risolvere l'equazione  $f(x) = 0$  con  $f(x) = x \cos(x) - 2 \ln(x)$ , nell'intervallo  $[0, 4]$  applicando i metodi di Newton-Raphson, della Regula Falsi (secante variabile) e del punto fisso.

Si risolva il problema sia implementando un codice di calcolo automatico mediante il foglio elettronico, sia scrivendo, implementando ed eseguendo un programma in linguaggio FORTRAN.

Si calcoli l'approssimazione  $x_k$  della radice a meno di una tolleranza  $TOLL=10^{-10}$  e si verifichi l'ordine di convergenza dei metodi applicati mediante lo studio della stima del fattore di convergenza.

- ◆ Come punto iniziale per i tre metodi si consideri  $x_0 = 1.1$ .
- ◆ Per applicare il metodo della Regula Falsi si consideri  $x_1$  ottenuto dal metodo di Newton-Raphson.
- ◆ Per il metodo del punto fisso, si considerino le tre funzioni di punto fisso  $g_1$ ,  $g_2$  e  $g_3$  che si ottengono dalla  $f$  esplicitando rispettivamente  $x$  in funzione di  $\cos(x)$  e  $\ln(x)$ ,  $\cos(x)$  in funzione di  $\ln(x)$  e  $x$ , e infine  $\ln(x)$  in funzione di  $x$  e  $\cos(x)$ .

Si stampino i risultati nel seguente modo:

- ↘ Per ogni schema di punto fisso:
  - ➡ 1<sup>a</sup> colonna) l'indice di iterazione  $k$  (partendo da 0 per  $x_0$ );
  - ➡ 2<sup>a</sup> colonna) l'approssimazione  $x_k$ ;
  - ➡ 3<sup>a</sup> colonna) il valore  $g(x_k)$ ;
  - ➡ 4<sup>a</sup> colonna) lo scarto tra due approssimazioni successive  $d_k = |x_k - x_{k-1}|$ ;
  - ➡ 5<sup>a</sup> colonna) la stima della costante asintotica dell'errore  $asint1 = d_k/d_{k-1}$
  - ➡ 6<sup>a</sup> colonna) la stima della costante asintotica dell'errore  $asint2 = |g'(x_k)|$ .
- ↘ Per il metodo di Newton-Raphson:
  - ➡ 1<sup>a</sup> colonna) l'indice di iterazione  $k$  ;

- ➡ 2<sup>a</sup> colonna) l'approssimazione  $x_k$ ;
- ➡ 3<sup>a</sup> colonna) il valore  $f(x_k)$ ;
- ➡ 4<sup>a</sup> colonna) il valore  $f'(x_k)$ ;
- ➡ 5<sup>a</sup> colonna) lo scarto  $d_k$ ;
- ➡ 6<sup>a</sup> colonna) la stima della costante asintotica dell'errore  $asint1 = d_k/d_{k-1}^2$
- ➡ 7<sup>a</sup> colonna) la stima della costante asintotica dell'errore  $asint2 = \left| \frac{f''(x_k)}{2f'(x_k)} \right|$

↘ per il metodo della Regula Falsi:

- ➡ 1<sup>a</sup> colonna) l'indice di iterazione  $k$  ;
- ➡ 2<sup>a</sup> colonna) l'approssimazione  $x_k$ ;
- ➡ 3<sup>a</sup> colonna) il valore  $f(x_k)$ ;
- ➡ 4<sup>a</sup> colonna) il valore  $\frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$ ;
- ➡ 5<sup>a</sup> colonna) lo scarto  $d_k$ ;
- ➡ 6<sup>a</sup> colonna) la stima della costante asintotica dell'errore  $asint1 = d_k/d_{k-1}^{1.618}$
- ➡ 7<sup>a</sup> colonna) la stima della costante asintotica dell'errore  $asint2 = \left| \frac{f''(x_k)}{2f'(x_k)} \right|^{0.618}$

Per ogni metodo, si proceda nelle iterazioni fino a quando  $d_k < \text{TOLL}$ .

↘ Si riporti in grafico semilogaritmico lo scarto in funzione delle iterazioni, realizzando un unico grafico in cui vi siano le curve relative ai tre metodi.

↘ Si costruisca, inoltre, il grafico della funzione  $f$  in  $[0, 4]$ , discretizzando l'intervallo con passo 0.04. Si facciano anche i grafici delle tre funzioni di punto fisso, negli intervalli che sembrano più opportuni per spiegare il comportamento dei corrispondenti schemi di punto fisso.

↘ Tutti i risultati ottenuti siano opportunamente discussi scrivendo una relazione in un documento di testo, in cui si descrive il problema, i risultati ottenuti con i tre metodi, il numero delle iterazioni richieste per soddisfare il criterio di stop, e l'ordine di convergenza (includendo e descrivendo i grafici). Si descrivano anche tutti i passaggi numerici per arrivare a  $g_1$ ,  $g_2$  e  $g_3$ , rispettivamente, a partire dalla  $f$ .

Si alleghino: la tabella elettronica utilizzata per risolvere il problema proposto, i programmi FORTRAN e i risultati da essi ottenuti. □

**All'esame non sono ammesse fotocopie. Portare tutto il materiale prodotto in originale.**