



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Dipartimento di Matematica

Laboratorio di Calcolo Numerico Laboratorio 8: Quadratura numerica

Damiano Pasetto

E-mail: pasetto@math.unipd.it

Dispense: http://dispense.dmsa.unipd.it/putti/calcolo_ambientale/index.html

5 Maggio 2014

Quadratura Numerica: metodo dei trapezi composito

Esercizio 1

Si vuole calcolare l'integrale I ,

$$I = \int_a^b f(x) dx.$$

Scrivere un programma in fortran che implementi la formula dei trapezi composita utilizzando n sottointervalli. Posti $h = (b - a)/n$ e $x_0 = a$, l'integrale I viene approssimato con

$$I \approx I_{T,n} = \frac{h}{2} \sum_{i=0}^{n-1} (f(x_i) + f(x_{i+1})), \quad (1)$$

dove $x_{i+1} = x_i + h$.

Istruzioni

Il programma è costituito da:

- 1 Un programma principale, chiamato, per esempio, *integrale*, che inizializza a , b , ed n . Il programma principale chiama la funzione *trapezi*(a, b, n). Alla fine del programma principale si calcola l'errore di integrazione e si effettuano le stampe.
- 2 La funzione *trapezi*(a, b, n), che restituisce il valore approssimato dell'integrale, $I_{T,n}$. La sommatoria della formula (1) si può implementare come segue:

```
somma=0.0d0
do i=0,n-1
  somma=somma+funzf(xi)+funzf(xi + h)
end do
trapezi=somma*h/2
```

dove la variabile x_i va opportunamente inizializzata ed aggiornata.

- 3 La funzione *funzf* per il calcolo della funzione $f(x)$.

Integrali Test

Verificare l'esattezza del codice con il calcolo dei seguenti integrali:

① $I = \int_1^2 x \log(x) dx$

② $I = \int_{-1}^1 5x^4 - 6x^2 + 1 dx$

③ $I = \int_0^5 (x - 3)^{-2/3} dx$

Provare con $n = 1, 2, 4, 8, 16$ e calcolare l'errore tra l'integrale esatto e l'integrale approssimato, $E_{T,n} = |I - I_{T,n}|$.

Stampa dei rapporti

Automatizzare il calcolo dell'integrale per diversi valori di n , $n=(2^0, 2^1, \dots, 2^8)$. Questo si può ottenere inserendo la chiamata della funzione *trapezi* all'interno di ciclo nel programma principale:

```
do j=0,8
  n = 2j
  int_trap=trapezi(a, b, n)
end do
```

Per ogni valore di n , stampare in una tabella i valori di:

$$n, \quad I_{T,n}, \quad E_{T,n}, \quad E_{T,n}/2/E_{T,n}$$

Domande

Il rapporto degli errori converge nella stessa maniera nei tre casi test? Fare il grafico delle tre funzioni integrande e cercare di capire a cosa sono dovuti i diversi comportamenti degli errori di integrazione.