Richiami sul metodo di Seidel

Dobbiamo risolvere il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Lo schema di Seidel è:

$$\mathbf{x}_{k+1} = D^{-1}(\mathbf{b} - L\mathbf{x}_{k+1} - U\mathbf{x}_k)$$

D = matrice diagonale
L = matrice triangolare bassa con diagonale nulla
U = matrice triangolare alta con diagonale nulla
D, L e U sono tali che $L + D + U = A$

In forma estesa, si ha:

per $i = 1, n$

$$x_{k+1}^{(i)} = \underset{\Uparrow}{\overset{D^{-1}}{\frac{1}{a_{ii}}}} \left[b_i - \underset{\Uparrow}{\overset{L\mathbf{x}_{k+1}}{\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_{k+1}^{(j)}}} - \underset{\Uparrow}{\overset{U\mathbf{x}_k}{\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_k^{(j)}}} \right]$$

In FORTRAN

Sia n la dimensione del sistema, A la matrice del sistema e b il termine noto.

Dati di input:

- x_0 (soluzione iniziale),
- IMAX (max. n. di iterazioni),
- TOLL (tolleranza di uscita),

Per l'aggiornamento della componente i-esima di $\mathbf{x}_k$ bisogna calcolare due sommatorie (una per $L\mathbf{x}_{k+1}$ e una per $U\mathbf{x}_k$).

Fino a che (scarto $>$ TOLL) e (iter $\leq$ IMAX)

1. iter = iter + 1
2. **Per** $i = 1, n$

   a. som1 $= \displaystyle\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_{k+1,j}$

   b. som2 $= \displaystyle\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_{k,j}$

   c. $x_{k+1,i} = \dfrac{1}{a_{ii}}(b_i -$ som1 $-$ som2$)$
3. **Fine Per**
4. scarto$= \|x_{k+1} - x_k\|_2$
5. $x_k = x_{k+1}$