Corso di Calcolo Numerico
per Ingegneria Meccanica (sede di Vicenza)
Esercitazione 1.
Sulla Soluzione di Equazioni non Lineari

Si vuole risolvere l'equazione $f(x) = 0$ con $f(x) = 2 \cosh(x/4) - x$, nell'intervallo $[2, 10]$ implementando un codice di calcolo automatico mediante l'uso di un foglio elettronico ed applicando i metodi del punto fisso, di Newton-Raphson e della Regola Falsi (secante variabile).

Si calcoli l'approssimazione x_k della radice con una tolleranza $TOLL=1.00000E-09$ verificando l'ordine di convergenza dei metodi applicati.

Si osservi che l'equazione ammette due radici, ξ_1 e ξ_2 , rispettivamente negli intervalli $[2, 4]$ e $[8, 10]$.

Si determini il loro valore approssimato applicando il metodo di Newton-Raphson con punti iniziali rispettivamente $x_0 = 4$ e $x_0 = 8$. Calcolare, successivamente, ξ_1 e ξ_2 con uno schema del punto fisso e con la Regola Falsi, a partire dai medesimi punti iniziali, commentando opportunamente i risultati che si trovano.

Modalità di risoluzione del problema su ogni sottointervallo:

- ◆ per applicare il metodo della Regola Falsi si consideri x_1 ottenuto dal metodo di Newton-Raphson.
- ◆ per il metodo del punto fisso, si consideri l'opportuna funzione g tale che il punto fisso della funzione g risulti lo zero della funzione f .

Si realizzi una tabella elettronica con la seguente successione di colonne:

- ◆ Per il punto fisso:
 - 1^a colonna) l'indice di iterazione k (partendo da 0 per x_0);
 - 2^a colonna) l'approssimazione x_k ;
 - 3^a colonna) il valore $g(x_k)$;
 - 4^a colonna) lo scarto tra due approssimazioni successive $d_k = |x_k - x_{k-1}|$;
 - 5^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $M = d_{k+1}/d_k$ e si verifichi che l'ordine di convergenza è lineare.

◆ Per il metodo di Newton-Raphson:

- ➡ 1^a colonna) l'indice di iterazione k ;
- ➡ 2^a colonna) l'approssimazione x_k ;
- ➡ 3^a colonna) il valore $f(x_k)$;
- ➡ 4^a colonna) il valore $f'(x_k)$;
- ➡ 5^a colonna) lo scarto d_k ;
- ➡ 6^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $M = d_{k+1}/d_k^2$ e si verifichi che l'ordine di convergenza è quadratico.

◆ per il metodo della Regula Falsi:

- ➡ 1^a colonna) l'indice di iterazione k ;
- ➡ 2^a colonna) l'approssimazione x_k ;
- ➡ 3^a colonna) il valore $f(x_k)$;
- ➡ 4^a colonna) il valore $\frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$;
- ➡ 5^a colonna) lo scarto d_k ;
- ➡ 6^a colonna) la stima della costante asintotica dell'errore $M = d_{k+1}/d_k^{1.618}$ e si verifichi che l'ordine di convergenza è 1.618.

Per ogni metodo, si proceda nelle iterazioni fino a quando $d_k < \text{TOLL}$.

Si utilizzi un formato scientifico con 5 cifre decimali dopo la virgola per la rappresentazione degli scarti, e un formato numerico con 8 cifre decimali altrove.

Si riporti in grafico semilogaritmico lo scarto in funzione delle iterate, realizzando un unico grafico in cui vi siano le curve relative ai tre metodi. □

Si costruisca il grafico della funzione f in $[2, 10]$, discretizzando l'intervallo con passo 0.2.

I risultati ottenuti siano quindi opportunamente discussi scrivendo una breve relazione in un documento di testo, in cui si descrive il problema, le approssimazioni ottenute con i tre metodi, il numero delle iterate richieste per soddisfare il criterio di stop, e l'ordine di convergenza (includendo e descrivendo i grafici). Si alleggi, inoltre, la tabella elettronica utilizzata per risolvere il problema proposto. □

Opzionale

Per ciascuna radice, si confrontino le stime ottenute per le costanti asintotiche degli errori di ciascun metodo con i valori che si ricavano utilizzando le rispettive formule teoriche e valutandole nel valore approssimato della radice stessa. □