

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Laboratorio di Calcolo Numerico Laboratorio 8: Vettori e Matrici

Claudia Zoccarato

E-mail: claudia.zoccarato@unipd.it

Dispense: Moodle Dipartimento ICEA

03 Maggio 2017

Richiami

In MATLAB, ogni variabile ha una struttura di tipo vettoriale o array. Un array è un insieme di valori ordinati, cioè memorizza più dati all'interno di una struttura identificata da un singolo nome di variabile.

- Un array ha due dimensioni: la prima dimensione rappresenta il numero di righe, la seconda il numero di colonne
- ARRAY ad un indice \rightarrow VETTORE
- ARRAY a due indici \rightarrow MATRICE
- Scalare: ARRAY 1×1
Vettore riga: ARRAY $1 \times n$
Vettore colonna: ARRAY $n \times 1$
Matrice: ARRAY $n \times m$

Richiami

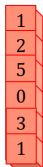
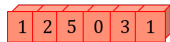
Vettore

Riga $[1 \times 6]$

Colonna $[6 \times 1]$

$$x = [1 \ 2 \ 5 \ 0 \ 3 \ 1]$$

$$x = [1; 2; 5; 0; 3; 1]$$

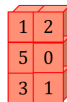


Matrice

2×3

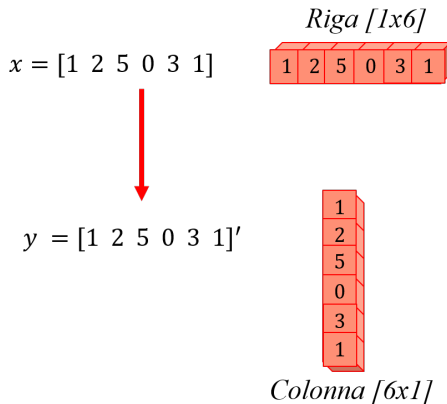
3×2

$$A = [1 \ 2 \ 5; 0 \ 3 \ 1] \quad A = [1 \ 2; 5 \ 0; 3 \ 1]$$



Richiami

Per passare da vettori riga a vettori colonna si utilizza il simbolo di apice, operazione che dal punto di vista dell'algebra lineare corrisponde alla trasposizione.



Funzioni utili di MATLAB

<code>length</code>	<code>length(x)</code> restituisce la lunghezza del vettore <code>x</code>
<code>size</code>	<code>size(A)</code> restituisce un vettore con numero di righe e colonne di <code>A</code>
<code>'</code>	serve per ottenere la trasposta di una matrice o vettore
<code>who</code>	indica quali variabili sono presenti nell'ambiente di lavoro
<code>whos</code>	restituisce informazioni sulla dimensione, spazio occupato e tipo di variabile

Funzioni utili di MATLAB

Funzioni MATLAB che consentono di costruire particolari matrici e vettori. Si consulti l'help per una descrizione dettagliata.

<code>linspace</code>	vettore riga di elementi equispaziati
<code>zeros</code>	matrice contenente solo elementi uguali a zero
<code>ones</code>	matrice contenente solo elementi uguali a uno
<code>eye</code>	matrice identità
<code>diag</code>	matrice diagonale
<code>magic</code>	matrice a valori interi con somme uguali su righe e colonne

Pre-allocazione di memoria

Per ottenere codice più veloce, è possibile effettuare la pre-allocazione di vettori e matrici, ossia l'allocazione in memoria dei vettori e delle matrici prima del loro utilizzo (usando la funzione `zeros` o `ones`)

```
% Codice non ottimizzato
n = 1000;
tic
for i=1:n % Ciclo per la costruzione della matrice A
    for j=1:n
        A(i,j) = i + j;
    end
end
time1 = toc;
% Codice ottimizzato
tic
B = zeros(n); % Pre - allocazione delle variabile B in cui salvare i risultati
for i=1:n % Ciclo per costruire la matrice B precedentemente allocata
    for j=1:n
        B(i,j) = i + j;
    end
end
time2 = toc;
```

Operazioni tra Array

```
>> x = 1:5;  
>> y = [50 10 30 40 20];
```

Moltiplicazione di un array per uno scalare

```
>> 2*x  
ans =  
2 4 6 8 10
```

Somma e differenza tra array

```
>> x+y  
ans =  
51 12 33 44 25  
>> y-x  
ans =  
49 8 27 36 15
```


Operazioni tra Array

Moltiplicazione puntuale, divisione ed elevamento a potenza puntuale

```
>> x.*y
```

```
ans =
```

```
50 20 90 160 100
```

```
>> y./x
```

```
ans =
```

```
50 5 10 10 4
```

```
>> y.^x
```

```
ans =
```

```
50 100 27000 2560000 3200000
```

Operazioni tra Array

Prodotto vettore-vettore

Dati due vettori (colonna) \mathbf{x} e \mathbf{y} di lunghezza n , il prodotto scalare si scrive come:

$$s = \mathbf{x}^T \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

```
s = 0.0;  
for i=1:n  
    s = s + x(i)*y(i);  
end
```

Operazioni tra Array

Prodotto matrice-vettore

Data una matrice quadrata A di dimensioni $m \times n$ e un vettore colonna x di lunghezza n , il prodotto matrice-vettore $y = Ax$ si scrive in componenti come:

$$y_i = \sum_{j=1}^n A_{i,j}x_j \text{ per } i = 1, 2, \dots, m$$

```
A = load( 'matrice.dat' );  
x = load( 'vettore.dat' );  
[m,n]=size(A);  
y = zeros(m,1);  
for i=1:m  
    for j=1:n  
        y(i) = y(i) + A(i,j)*x(j);  
    end  
end
```

Operazioni tra Array

Prodotto matrice-matrice

Data una matrice quadrata A di dimensioni $m \times p$ e B di dimensioni $p \times n$, il prodotto matrice-matrice, $C = AB$, si scrive in componenti come:

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^p A_{i,k} B_{k,j} \text{ per } i = 1, 2, \dots, m \text{ e } j = 1, 2, \dots, n$$

```
[m, p]=size(A);  
[~, n]=size(B);  
C=zeros(m, n);  
for i=1:m  
    for j=1:n  
        for k=1:p  
            C(i, j)=C(i, j)+A(i, k)*B(k, j);  
        end  
    end  
end
```

In pratica ...

In MATLAB, lo stesso risultato si ottiene direttamente utilizzando l'operatore di moltiplicazione *:

Prodotto vettore-vettore

$$s = x*y$$

Nota Bene: x vettore riga e y vettore colonna

Prodotto matrice-vettore

$$y = A*x$$

Prodotto matrice-matrice

$$C = A*B$$

Elevamento a potenza

Attenzione alla differenza tra gli operatori `.^` e `^`.

L'elevamento a potenza `^` si applica solo a matrici quadrate:

```
>> B = A^p;
```

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B = A^p = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} * \dots * \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}}_{p \text{ volte}}$$

ESERCIZI

- 1 Scrivere un programma che carichi da file i vettori x , y :

$$x = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -1.0 \\ 0.0 \end{pmatrix}$$

e la matrice A :

$$A = \begin{pmatrix} 1.0 & 2.0 & 3.0 & 4.0 & 5.0 \\ -1.0 & 0.0 & 2.0 & 0.0 & -1.0 \\ 2.0 & 1.0 & 5.0 & 4.0 & 0.0 \end{pmatrix}$$

Eeguire il calcolo del prodotto scalare, $x^T y$, e del prodotto matrice-vettore, $b = Ax$, implementando le functions `prodsca1` e `matvet`, rispettivamente. Verificare la correttezza dell'implementazione utilizzando l'operatore di moltiplicazione `*`.

ESERCIZI

- 2 Costruire la matrice quadrata A di dimensione $n=10$ con elementi sulla diagonale principale uguali a 6 e sulla sopra e sotto-diagonale uguali a -2. Costruire poi la matrice $B = A * A$ e, dato un vettore unitario x , fare il prodotto matrice-vettore $y = B * x$
- 3 Creare la matrice diagonale D di dimensione $n=6$ con elementi diagonali 2,4,6,8,10,12 e la matrice A di dimensione $n=6$ con elementi tutti pari a 1. Calcolare i prodotti matrice-matrice AD e DA . Commentare il risultato.