

Informatica
Prova Scritta - 14 Giugno 2016

1. Data la matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 25 & 10 & -10 \\ 10 & 20 & -16 \\ -10 & -16 & 22 \end{bmatrix}$$

- calcolare $\|A\|_\infty$ norma massima per righe, $\|A\|_1$ norma massima per colonne e norma di Frobenius;
- dopo aver provato che A è definita positiva, fattorizzarla secondo Cholesky come $A = LL^T$;
- utilizzando la fattorizzazione trovata, trovare la soluzione di $Ax = b$ con $b^T = \{-30, 16, 18\}$ e calcolare il determinante di A^{-1} .

2. Data la seguente tabella di dati sperimentali:

x_i	0.5	1.0	2.5	3.5
$f(x_i)$	12.75	17.5	58.75	108.75

- costruire la tabella delle differenze divise;
 - usando i quattro punti in successione, scrivere i polinomi di interpolazione di Newton p_n di grado $n = 0, 1, 2, 3$ e commentare il risultato;
 - Trovare la curva di approssimazione ai minimi quadrati $y = ax^b$ che minimizza gli scarti verticali.
3. Si vuole calcolare l'autovalore massimo λ della matrice A di dimensione n utilizzando il metodo delle potenze:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_{k+1} = A\mathbf{z}_k \\ \lambda_{k+1} = \|\mathbf{y}_{k+1}\|_2 \\ \mathbf{z}_{k+1} = \frac{1}{\lambda_{k+1}}\mathbf{y}_{k+1} \end{cases}$$

in cui $\|\cdot\|_2$ rappresenta la norma euclidea di un vettore. Scrivere un programma in MATLAB/OCTAVE che:

- legge da un file esterno '*Dati.in*' la dimensione n , la matrice A , il vettore iniziale \mathbf{z}_0 , la tolleranza di uscita TOLL e il numero massimo di iterazioni ITMAX;
- Esegue i tre passi del metodo delle potenze fino a che non riduce il residuo:

$$\frac{\|\mathbf{y}_{k+1} - \lambda_{k+1}\mathbf{z}_k\|_2}{\|\mathbf{z}_k\|_2}$$

al di sotto della tolleranza o non supera il numero massimo di iterazioni;

- stampa l'autovalore massimo e il numero di iterazioni effettuate;

Il programma utilizzerà la function MATVET per il prodotto matrice vettore e la function EUCL per il calcolo della norma euclidea. (Scrivere anche entrambe le function esplicitando i cicli for!)

4. Ricavare lo schema di Newton-Raphson mostrando ordine e fattore asintotici di convergenza. *Facoltativo: mostrare anche i casi particolari in cui cambiano ordine e fattore di convergenza*

Tempo: 3 ore. (Punteggi: 8,8,8,6).