

Corso di Metodi Numerici per l'Ingegneria

Esercitazione 4. Equazioni Differenziali alle Derivate Parziali

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria per Meccanica e Meccatronica (VI)

Prof. M. Ferronato

La deformazione di una membrana elastica sottile, di spessore costante, perfettamente flessibile, poggiata ed uniformemente tesa al contorno e caricata ortogonalmente da una pressione costante è governata dall'equazione differenziale:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f \quad (1)$$

dove:

- u [L]: spostamento verticale dei punti della membrana;
- $f = p/h$, con p [F/L²] pressione esercitata ortogonalmente alla membrana, e h [F/L] tensione radiale esercitata al bordo.

Si vuole risolvere numericamente l'equazione differenziale (1) nel dominio quadrangolare \mathcal{S} di Figura 1 con $f = 4 - 2x^2 - 2y^2$ e condizioni di Dirichlet omogenee sul contorno.

Si scriva un codice per la soluzione agli elementi finiti del problema assegnato utilizzando elementi finiti triangolari su una griglia strutturata di passo $h = 0.25$. Sapendo che la soluzione analitica del problema assegnato è:

$$u(x, y) = x^2 + y^2 - x^2y^2 - 1 \quad (2)$$

si calcoli l'andamento dell'errore puntuale su ogni nodo della griglia, la norma-2 e la norma- ∞ di tale errore.

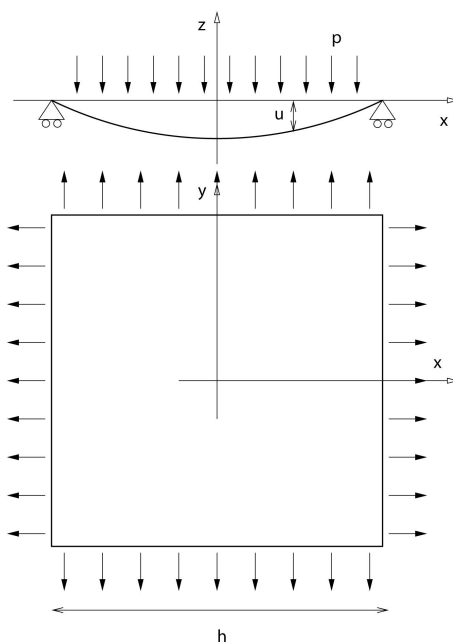


Figure 1: Configurazione geometrica della membrana elastica.