Corso di CALCOLO NUMERICO

Ingegneria Civile e per l'Ambiente e il Territorio - 1a squadra

27 Maggio 2019

Esercizi

1. Si vuole risolvere l'equazione dei gas reali $f(v) = 0$ con

$$f(v) = \left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) - RT = 0$$

dove p è la pressione, T la temperatura e v il volume molare. Le costanti a e b dipendono dal gas considerato. Nel caso si tratti di CO_2, le costanti valgono:

$$a = 3.592\ atm \cdot l^2$$

$$b = 0.04267$$

La pressione di progetto è p=10 atm. Determinare i volumi v applicando il metodo di Newton-Raphson e variando la temperatura di progetto (T_1=300 K, T_2=500 K e T_3=700 K). Deterinare il volume iniziale, v_0, usando l'equazione dei gas perfetti:

$$pv = RT$$

con R=0.082054 $l \cdot atm/(K \cdot mol)$. Si risolva il problema implentando un codice di calcolo in MATLAB. Stampare la soluzione finale per ogni T di progetto. Inoltre, stampare il numero di iterazioni e stimare la costante asintotica di convergenza. Si produca il grafico del profilo di convergenza del metodo al variare di T.

2. Costruire un programma in MATLAB che, una volta caricata la matrice A e il vettore $\mathbf{b}$, risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con gli schemi di Jacobi e Seidel. Verificare la soluzione trovata utilizzando un metodo diretto per risolvere il sistema. La matrice A e il vettore $\mathbf{b}$ possono essere scaricati dalla pagina Moodle del corso (cartella `Esercizi`). In uno stesso grafico, riportare i profili di convergenza dei metodi utilizzati e stimare la velocità di convergenza degli schemi.

3. Di seguito è riportata la tabella che lega sforzi-deformazioni definita mediante prove di laboratorio:

σ_i	720	750	800	520	1000	180
ϵ_i	0.0020	0.0045	0.0060	0.0013	0.0085	0.0005

Interpolare i dati con il polinomio interpolatore di grado quinto e calcolare il valore della deformazione ϵ_p corrispondente allo sforzo di progetto σ_p=735.
Sostituire l'interpolazione con una retta di regressione ai minimi quadrati:

$$\epsilon = a + b\sigma$$

e valutare nuovamente ϵ_p. Costruire l'approssimazione ai minimi quadrati rispetto alla curva di equazione:

$$\epsilon = a\sigma^b$$

in modo tale che $\epsilon(0) = 0$ (suggerimento: operare una trasformazione logaritmica). Riportare in un unico grafico il polinomio interpolatore di grado quinto, la retta di regressione ai minimi quadrati e la curva di potenza. Discutere il risulato ottenuto.

4. La forza che il vento esercita sulla vela di un'imbarcazione varia con l'elevazione z secondo la seguente espressione analitica:

$$p(z) = 300\frac{3z}{5+3z}exp(-2z/10)$$

Calcolare la risultante, F, dalla pressione del vento $p(z)$ che si ottiene da:

$$F = \int p(z)dz = \int_0^{10} = 300\frac{3z}{5+3z}exp(-2z/10)dz$$

Scrivere un programma in MATLAB che calcoli F utilizzando sia la formula dei trapezi che quella di Cavalieri-Simpson. Dividere l'intervallo di integrazione in n sotto-intervalli con $n = 2, 4, 8, 16, \ldots, 1024$. Stampare i risultati in un file di output riportando, per ogni valore di n, i valori dell'integrale calcolato con i due metodi. ❑