



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Laboratorio di Calcolo Numerico
Laboratorio 5: Soluzione di Equazioni non lineari (2)

01 Aprile 2019

Scrittura su FILE in MATLAB

Nelle lezioni precedenti, abbiamo usato il comando `fprintf` per stampare a schermo. Ora vediamo come usare lo stesso comando per scrivere i risultati su un FILE di testo.

- Aprire il FILE di testo:

```
fid = fopen('nomefile')
```

`fid` è una variabile scalare intera che identifica il file.

- Opzioni:

```
fid = fopen('nomefile',permesso)
```

permesso: 'w': writing (sovrascrive dati esistenti)

permesso: 'a': append (scrive dati a partire dalla fine del file)

- Scrittura su FILE:

```
fprintf(fid,'formato',variabili)
```

- Il file va chiuso dopo la scrittura:

```
fclose(fid)
```

Equazioni non lineari in una variabile

Data una funzione $f(x)$ si vogliono cercare le soluzioni del problema $f(x) = 0$ con x che varia in un certo intervallo $[a, b]$.

- 1 metodo di bisezione (lezione 04)
- 2 metodo di punto fisso (lezione 04)
- 3 metodo di Newton-Raphson (lezione 05)
- 4 metodo della secante variabile (lezione 05)

Metodo di Newton-Raphson

Costruiamo la successione x_0, x_1, x_2, \dots che converge alla soluzione ξ come:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Tale metodo è noto come metodo di Newton-Raphson. Questo schema è generalmente convergente con ordine 2. La sua implementazione può essere interpretata con quella di un particolare tipo di punto fisso, in cui la funzione $g(x)$ è:

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

Sia $f(x)$ che $f'(x)$ dovranno essere definite come *funzioni handle*.

Metodo della secante variabile (Regula Falsi)

Se la funzione $f(x)$ non è nota in modo analitico, sarà impossibile calcolarne la derivata prima e il metodo di Newton-Raphson non può essere applicato. Cerchiamo, quindi, un'approssimazione di $f'(x)$ data dal seguente rapporto:

$$m_k = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{(x_k - x_{k-1})}$$

Costruiamo la successione x_0, x_1, x_2, \dots che converge alla soluzione ξ come:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{m_k}$$

Tale metodo è noto come metodo della secante variabile o Regula Falsi.

ESERCIZIO - Il metodo della secante variabile in MATLAB

- Implementare il metodo della secante variabile in MATLAB per risolvere l'equazione $f(x) = 0$ con $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$ partendo da $x_0 = 2.5$ e $x_1 = 2.4$. Si produca uno script che chiami la function `secante` con opportuni valori di input e output.
- Disegnare il grafico della funzione $f(x)$ nell'intervallo $[0, 2.5]$. (usare il comando `plot`).
- Utilizzare il criterio di arresto per cui l'approssimazione x_k della radice ξ sia calcolata a meno di una tolleranza `tol1=10-10`. Inoltre, si fissi un numero massimo di iterazioni `itmax=100` da eseguire.
- Stimare la costante asintotica di convergenza.
- Salvare i valori degli scarti nel vettore d_k .
- Disegnare il grafico del profilo di convergenza del metodo.
- Stampare i risultati ottenuti in un FILE di testo con la seguente struttura:

```
# Iterazioni k | x_k | f(x_k) | d_k
```

SOLUZIONE

```
1 close all
2 clear
3 % Implementazione metodo della secante variabile
4 % per la soluzione di un'equazione non lineare
5 %
6 % Grafico della funzione nell'intervallo dato
7 figure(1)
8 f = @(x) x.^3-4*x.^2+5*x-2;
9 x = linspace(0,2.5,100);
10 y = linspace(0,0,100);
11 plot(x, f(x), x, y);
12 % Dati di input
13 toll = 10^-10;
14 itmax = 100;
15 x0 = 2.5;
16 x1 = 2.4;
17 % Apertura file di testo per la scrittura dei risultati
18 fid = fopen('risul.dat', 'w');
19 % Chiamata alla funzione 'secante'
20 [xnew, iter, dk] = secante(f, x0, x1, itmax, toll, fid);
21 % Plot dei risultati (profilo di convergenza)
22 figure(2)
23 semilogy(2:iter, abs(dk(2:iter)), '-*b');
24 title('Profilo di Convergenza')
25 xlabel('iterazioni')
26 ylabel('scarti')
27 % Chiusura file di output
28 fclose(fid);
```

SOLUZIONE

```
1 function [xnew,iter ,dk] = secante(f,x0,x1,itmax,toll ,fid)
2 % secante Metodo della secante variabile (regula falsi)
3 % [xnew,iter ,dk] = secante(x0,x1,f,itmax,toll)
4 %
5 % Dati di Input:
6 %     f: funzione
7 %     x0: #1 valore iniziale di xknew
8 %     x1: #2 valore iniziale di xknew
9 %     itmax: massimo numero di iterazioni
10 %     toll: tolleranza richiesta
11 %     fid: variabile identificativa del file
12 %
13 % Dati di Output:
14 %     xnew: soluzione all'ultima iterazione
15 %     iter: numero iterazioni effettuate
16 %     dk: vettore degli scarti
17 %
18 %
19 % Inizializzazioni delle variabili
20 xoldm1 = x0 ;           % Impongo valore iniziale di x:  $x_{k-1}$ 
21 xold = x1;             % Impongo valore iniziale di x:  $x_k$ 
22 dk(1) = 2.0*toll;     % Impongo valore iniziale dello scarto
23 foldm1 = f(xoldm1);   % Calcolo valore della funzione in xoldm1
24 iter = 1;             % Inizializzo contatore delle iterazioni
```

SOLUZIONE

```
1 % Ciclo while
2 while (abs(dk(iter)) >= toll) && (iter < itmax)
3     iter = iter + 1; % Aggiorno il valore del contatore
4     fold = f(xold); % Calcolo valore della f in xold
5     mk = (fold - foldm1) / (xold - xoldm1); % Calcolo mk
6     xnew = xold - fold / mk; % Calcolo la nuova approssimazione xnew
7     dk(iter) = abs(xnew - xold); % Aggiorno il vettore degli scarti
8     M1 = dk(iter) / dk(iter - 1) ^ 1.618; % Calcolo della costante asint. 1
9     foldm1 = fold; % Aggiorno funzione in xoldm1
10    xoldm1 = xold; % Aggiorno xoldm1
11    xold = xnew; % Aggiorno xold
12    fprintf(fid, '%d %e %e %e \n', iter, xnew, dk(iter), M1);
13 end
14 end
```

ESERCIZI

- 1 Risolvere il problema n. 2 della lezione 04 con il metodo della secante variabile. Utilizzare come punto iniziale $x_0 = -0.5$ e $x_1 = 0.0$.
- 2 Implementare uno script in MATLAB per approssimare le radici ξ_1 e ξ_2 del polinomio $p(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ con il metodo della secante variabile. Partire dal punto $x_0 = 2.5$ e $x_1 = 2.4$ e discutere il risultato ottenuto. Cambiare il punto di partenza con $x_0 = 0.5$ e $x_1 = 0.8$ e verificare l'ordine di convergenza del metodo e calcolare la costante asintotica dell'errore.
- 3 Introdurre il metodo della secante variabile nell'esercizio n. 6 della lezione 04.